

УТОЧНЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА РАВНОВЕСНОЙ КОНФИГУРАЦИИ ПРОФИЛЯ ПНЕВМАТИЧЕСКОЙ ШИНЫ

Ю.К. Растеряев, А.А. Каспаров

Государственный НИИ крупногабаритных шин, г. Днепропетровск

Расчет равновесной конфигурации профиля по существу является расчетом пневматической шины на внутреннее давление p .

Несмотря на кажущуюся ограниченность постановки задачи, ее решение даёт необходимую информацию о шине - такую, как конструктивные соотношения. Причем, конструктивные соотношения будут тем вернее, чем точнее будет выбрана расчетная модель шины.

Решение этой задачи необходимо для разработки правильных путей проектирования шин. Эта задача является также основной для изучения более сложного напряженно - деформированного состояния (н.д.с.), которому подвергаются пневматические шины при эксплуатации.

В настоящей работе за расчетную модель шины будем (как и в [1]) принимать тонкую, но уже (в отличие от [1]) слоистую оболочку вращения. Следовательно, здесь, также как и в [1], основными отправными величинами будут являться главные радиусы кривизны оболочки (шины) R_1 , R_2 и угол наклона ψ нормали к профилю меридионального сечения в некоторой точке L , отсчитываемой от оси абсцисс (оси вращения) Oy (см. Рис.1 и 2).

Предположение о тонкости оболочки позволяет отрицать влияние изгиба и поперечного сдвига на общее напряженное состояние шины, то есть считать, что слои оболочки, подверженной действию внутреннего давления p , находятся в безмоментном напряженном состоянии. Стало быть, в каждом слое оболочки под воздействием p будут возникать только внутренние погонные усилия (рис.4), то есть усилия, приходящиеся на единицу длины меридиана $N_{11(i)}$ и направленные по касательной к параллели, и усилия $N_{22(i)}$, приходящиеся на единицу длины параллели и направленные по касательной к меридиану.

Если n - общее число слоев стенки шины (оболочки) в данном сечении ее профиля, то равнодействующие растягивающих усилий N_{11} и N_{22} (рис.3), приходящиеся на единицу длины, будут равны:

^{*)} Под расчетной моделью пневматических шин понимается математическое упрощение реальности, которое при помощи использования ограниченного числа параметров помогает осветить основные аспекты механики шин

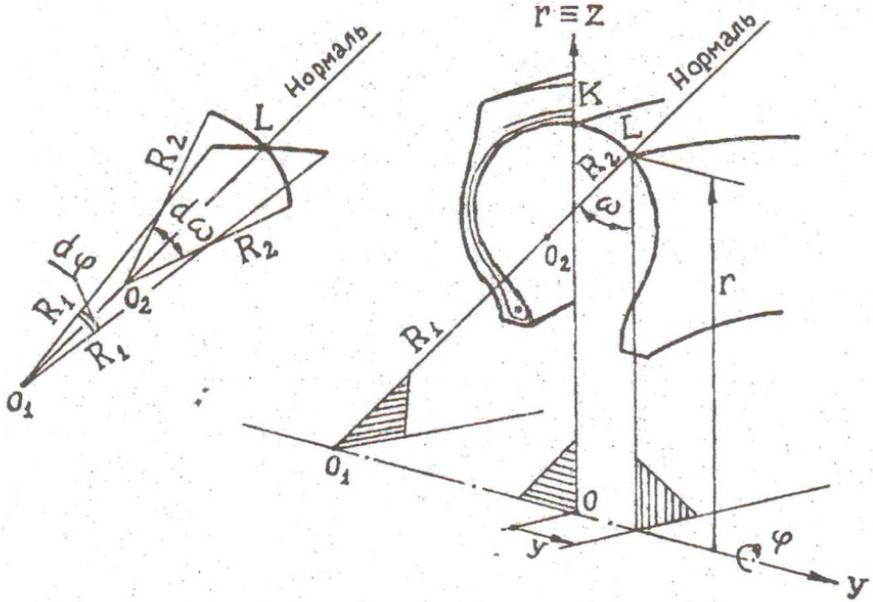


Рис. 1. Геометрия шины.

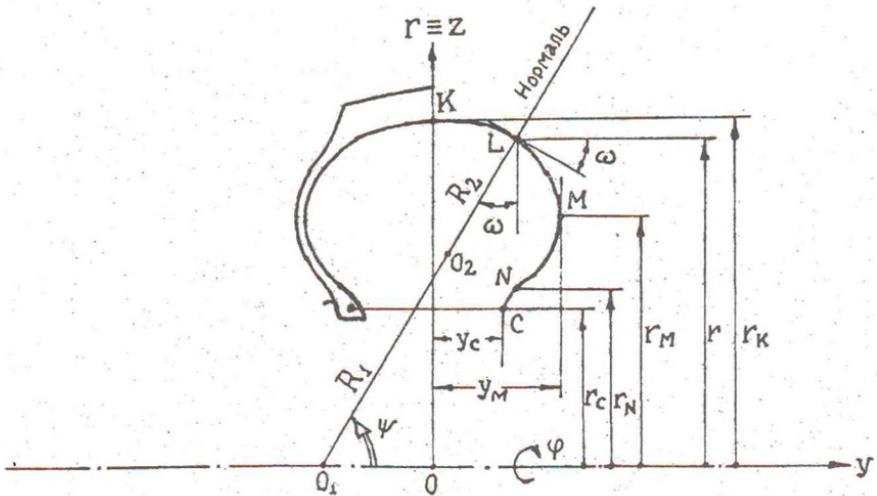


Рис. 2. Меридиональное сечение шины.

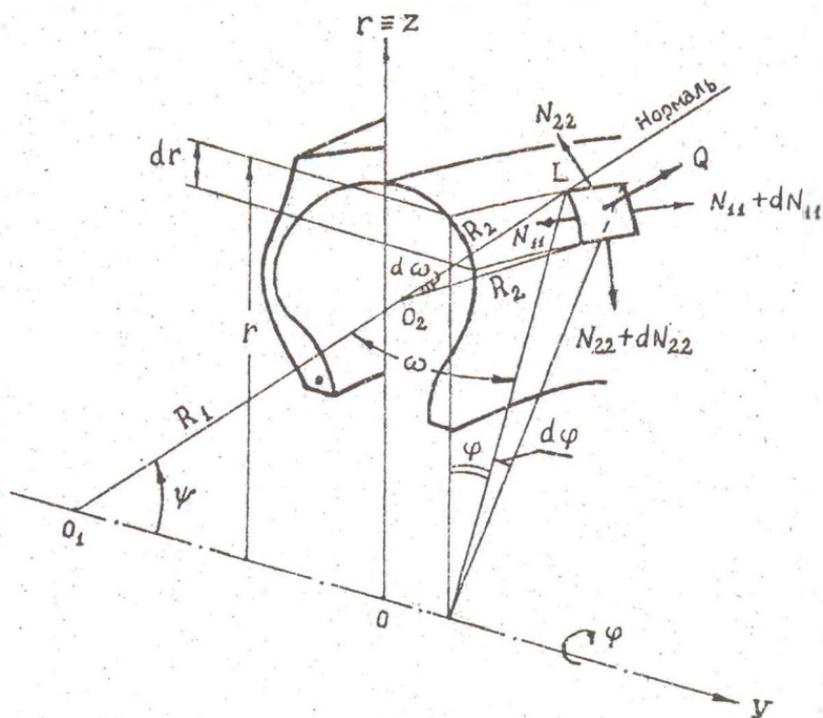


Рис. 3. Погонные усилия в шине от нормальной внешней нагрузки Q , обусловленной внутренним давлением p .

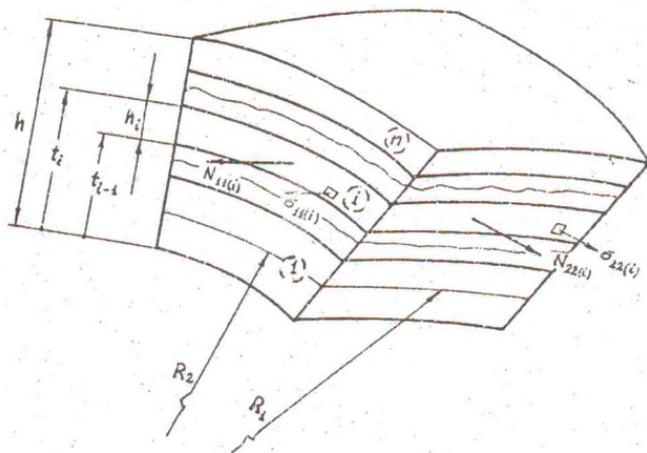


Рис. 4. Элемент слоистой стенки оболочки (шины).

$$N_{11} = \sum_{i=1}^n N_{11(i)}, \quad N_{22} = \sum_{i=1}^n N_{22(i)},$$

где, как и обычно (рис.4),

$$N_{11(i)} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \sigma_{11(i)} dh_i, \quad N_{22(i)} = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \sigma_{22(i)} dh_i, \quad t_i - t_{i-1} = h_i. \quad (0)$$

Уравнения статического равновесия элемента поверхности оболочки, находящейся под воздействием внутреннего давления p , имеют вид:

$$\frac{d(N_{22} \cdot r)}{dr} - N_{11} = 0, \\ d[\ln(\sin \psi)] = \left(\frac{p}{N_{22} \cdot \sin \psi} - \frac{N_{11}}{r \cdot N_{22}} \right) \cdot dr. \quad (1)$$

Из уравнений равновесия (1) можно получить преобразованные уравнения равновесия

$$N_{22} = p \frac{r^2 - r_M^2}{2r \cdot \sin \psi}, \\ \sin \psi = \frac{r^2 - r_M^2}{r_K^2 - r_M^2} \cdot \exp \int_r^{r_K} \frac{\delta}{r} \cdot dr, \quad (2)$$

а также уравнение для описания равновесной конфигурации профиля поддутой пневматической шины

$$y = \int_r^{r_K} \operatorname{tg} \psi \cdot dr = \int_r^{r_K} \frac{\sin \psi}{\sqrt{1 - \sin^2 \psi}} \cdot dr = \int_r^{r_K} \frac{(r^2 - r_M^2)^2}{\left[\frac{r_K^2 - r_M^2}{\exp \int_r^{r_K} \frac{\delta}{r} \cdot dr} - (r^2 - r_M^2)^2 \right]^{1/2}} \cdot dr. \quad (3)$$

Уравнения для вычисления радиуса кривизны меридионального сечения (профиля) R_2 и радиуса первой (окружной) кривизны шины R_1 имеют вид:

$$R_2 = \frac{r_K^2 - r_M^2}{\left[2r - (r^2 - r_M^2) \cdot \frac{\delta}{r} \right] \cdot \exp \int_r^{r_0} \frac{\delta}{r} \cdot dr} \quad (4)$$

$$R_1 = \frac{(r_K^2 - r_M^2) \cdot r}{(r^2 - r_M^2) \cdot \exp \int_r^{r_0} \frac{\delta}{r} \cdot dr} \quad (5)$$

Уравнения (2)-(4) являются основными для исследования н.д.с. в точке L поддугой шины. Эти уравнения являются функциями независимой переменной r , представляющей ординату точки L и отсчитываемой от оси вращения шины (рис.1). В наивысшей точке K короны шины $r = r_K$, а в точке M максимальной ширины профиля шины $r = r_M$ (рис.2).

Для нахождения равновесной конфигурации профиля поддутой шины по уравнениям (2)-(4), удовлетворяющего предустановленным геометрическим условиям (например, заранее заданным величинам r_K и y_M) и условию наилучшего сопряжения криволинейного профиля шины с профилем шины в зоне борта, необходимо проводить несколько повторяющихся процедур вычислений.

Применение уравнений (2)-(4) требует знания величины δ , равной отношению между результирующими погонными усилиями N_{11} , N_{22} обусловленными внутренним давлением в шине и действующими на точку (узел) L по касательным к параллели и меридиану соответственно (рис.3):

$$\delta = \frac{N_{11}}{N_{22}} \quad (6)$$

Например, для модели шины из нерастяжимых нитей корда [1] величина δ отношения N_{11} и N_{22} имела вид:

$$\delta = \frac{N_{11}}{N_{22}} = \operatorname{tg}^2 \beta \quad (7)$$

Соотношение (7) было получено в [1] из рассмотрения равновесия элементарного кордного ромба, поэтому оно является функцией только угла β нитей корда в точке L профиля шины. При этом, угол β изменяется в соответствии с простым законом синуса:

$$\sin \beta = \delta_1 \cdot \delta_0 \cdot \sin \alpha$$

Здесь:

δ_0 - вытяжка резинокордного слоя от слоя в свободном браслете до формы на сборочном барабане;

δ_1 - вытяжка резинокордного слоя от формы браслета на сборочном барабане до формы в покрышке;

α - угол закроя нитей корда.

Теперь, в рамках рассматриваемой здесь слоистой модели шины, получим выражение для δ .

Запишем закон Гука для i -го слоя стенки шины (рис.4), состоящего из двух идентичных элементарных резинокордных слоев с перекрещивающимися нитями корда [2]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\varphi(i)} &= \frac{1}{E_{\varphi(i)} \cdot h_i} \cdot (N_{\varphi(i)} - \nu_{\varphi\theta(i)} \cdot N_{\theta(i)}), \\ \varepsilon_{\theta(i)} &= \frac{1}{E_{\theta(i)} \cdot h_i} \cdot (N_{\theta(i)} - \nu_{\theta\varphi(i)} \cdot N_{\varphi(i)}), \\ \varepsilon_{\varphi\theta(i)} &= \frac{1}{G_{\varphi\theta(i)} \cdot h_i} \cdot N_{\varphi\theta(i)}. \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнениях (8) введены обозначения [2] для упругих параметров i -го слоя стенки шины:

$$\begin{aligned} E_{\varphi(i)} &= \frac{b_{11(i)} \cdot b_{22(i)} - b_{12(i)}^2}{b_{22(i)}}, & E_{\theta(i)} &= \frac{b_{11(i)} \cdot b_{22(i)} - b_{12(i)}^2}{b_{11(i)}}, \\ \nu_{\varphi\theta(i)} &= \frac{b_{12(i)}}{b_{22(i)}}, & \nu_{\theta\varphi(i)} &= \frac{b_{12(i)}}{b_{11(i)}}, & G_{\varphi\theta(i)} &= b_{66(i)}; \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} b_{11(i)} &= C_{11(i)} \cdot n_{(i)}^4 + 2 \cdot (C_{12(i)} + 2 \cdot C_{66(i)}) \cdot m_{(i)}^2 \cdot n_{(i)}^2 + C_{22(i)} \cdot m_{(i)}^4, \\ b_{22(i)} &= C_{11(i)} \cdot m_{(i)}^4 + 2 \cdot (C_{12(i)} + 2 \cdot C_{66(i)}) \cdot m_{(i)}^2 \cdot n_{(i)}^2 + C_{22(i)} \cdot n_{(i)}^4, \\ b_{12(i)} &= [C_{11(i)} + C_{22(i)} - 2 \cdot (C_{12(i)} + 2 \cdot C_{66(i)})] \cdot m_{(i)}^2 \cdot n_{(i)}^2 + C_{12(i)}, \\ b_{66(i)} &= [C_{11(i)} + C_{22(i)} - 2 \cdot (C_{12(i)} + 2 \cdot C_{66(i)})] \cdot m_{(i)}^2 \cdot n_{(i)}^2 + C_{66(i)}, \\ m_{(i)} &= \sin \alpha_{(i)}, & n_{(i)} &= \cos \alpha_{(i)}, & \alpha_{(i)} &= 90^\circ - \beta_{(i)}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$C_{11(i)} = \frac{E_{L(i)}}{1 - \nu_{LT(i)} \cdot \nu_{TL(i)}}, \quad C_{22(i)} = \frac{E_{T(i)}}{1 - \nu_{LT(i)} \cdot \nu_{TL(i)}}$$

$$C_{12(i)} = \frac{\nu_{TL(i)} \cdot E_{L(i)}}{1 - \nu_{LT(i)} \cdot \nu_{TL(i)}} = \frac{\nu_{LT(i)} \cdot E_{T(i)}}{1 - \nu_{LT(i)} \cdot \nu_{TL(i)}}, \quad C_{\epsilon\epsilon(i)} = G_{LT(i)}; \quad (11)$$

$$E_{L(i)} = \bar{\epsilon}_{(i)} - \frac{\bar{c}_{(i)}^2}{\bar{a}_{(i)}}, \quad E_{T(i)} = \frac{4\bar{b}_{(i)}(\bar{a}_{(i)}\bar{\epsilon}_{(i)} - \bar{c}_{(i)}^2)}{(\bar{a}_{(i)} + \bar{b}_{(i)})\bar{\epsilon}_{(i)} - \bar{c}_{(i)}^2},$$

$$\nu_{LT(i)} = \frac{\bar{c}_{(i)}}{2\bar{a}_{(i)}}, \quad \nu_{TL(i)} = \nu_{LT(i)} \frac{E_{T(i)}}{E_{L(i)}}, \quad G_{LT(i)} = \bar{f}_{(i)}; \quad (12)$$

$$\bar{a}_{(i)} = \frac{a_{g(i)}(a_{c(i)} + b_{g(i)})(1 - \zeta_{c(i)}) + a_{c(i)}(a_{g(i)} + b_{g(i)})\zeta_{c(i)}}{(a_{c(i)} + b_{g(i)})(1 - \zeta_{c(i)}) + (a_{g(i)} + b_{g(i)})\zeta_{c(i)}},$$

$$\bar{b}_{(i)} = b_{g(i)} \left[\frac{2\zeta_{c(i)} b_{c(i)}(a_{g(i)} + b_{g(i)}) + \nabla_{cg(i)}}{2\zeta_{c(i)} b_{g(i)}(a_{g(i)} + b_{g(i)}) + \nabla_{cg(i)}} \right],$$

$$\nabla_{cg(i)} = 2(1 - \zeta_{c(i)})b_{c(i)}b_{g(i)} + (1 - \zeta_{c(i)})a_{g(i)}(b_{c(i)} + b_{g(i)}),$$

$$\bar{c}_{(i)} = \frac{c_{g(i)}(\bar{a}_{(i)} - a_{c(i)}) - c_{c(i)}(\bar{a}_{(i)} - a_{g(i)})}{a_{g(i)} - a_{c(i)}},$$

$$\bar{\epsilon}_{(i)} = \frac{(\bar{c}_{(i)} - c_{g(i)}) \cdot \exists_{1(i)} + (\bar{a}_{(i)} - a_{g(i)}) \cdot \exists_{2(i)}}{\bar{a}_{(i)} - a_{g(i)}},$$

$$\exists_{1(i)} = [\bar{\epsilon}_{(i)} - \zeta_{c(i)}c_{c(i)} - (1 - \zeta_{c(i)})c_{g(i)}],$$

$$\exists_{2(i)} = [\zeta_{c(i)}e_{c(i)} + (1 - \zeta_{c(i)})e_{g(i)}],$$

$$\bar{f}_{(i)} = \frac{f_{g(i)}(f_{c(i)} + f_{g(i)})(1 - \zeta_{c(i)}) + f_{c(i)}2f_{g(i)}\zeta_{c(i)}}{(f_{c(i)} + f_{g(i)})(1 - \zeta_{c(i)}) + 2f_{g(i)}\zeta_{c(i)}}; \quad (13)$$

$$\zeta_{c(i)} = \frac{\pi \cdot d_{c(i)}^2 \cdot i_{o(i)}}{4 \cdot h_{o(i)}}, \quad i_{o(i)} = \frac{1}{t_{c(i)}}; \quad (14)$$

$$a_{g(i)} = \frac{E_{g(i)}}{2 \cdot (1 - \nu_{g(i)} - 2 \cdot \nu_{g(i)}^2)}, \quad b_{g(i)} = f_{g(i)} = G_{g(i)} = \frac{E_{g(i)}}{2(1 + \nu_{g(i)})},$$

$$c_{g(i)} = 2 \cdot \nu_{g(i)} \cdot a_{g(i)}, \quad e_{g(i)} = 2 \cdot (1 - \nu_{g(i)}) \cdot a_{g(i)}; \quad (15)$$

$$a_{c(i)} = \frac{E_{cL(i)}}{2 \cdot (1 - \nu_{cL(i)} - 2 \cdot \nu_{cL(i)}^2)}, \quad b_{c(i)} = \frac{E_{cL(i)}}{2 \cdot (1 + \nu_{cL(i)})},$$

$$c_{c(i)} = 2 \cdot v_{cLT(i)} \cdot a_{c(i)}, \quad e_{c(i)} = 2 \cdot (1 - v_{cTZ(i)}) \cdot a_{c(i)}, \quad f_{c(i)} = G_{cLT(i)}. \quad (16)$$

Решая уравнения (8) относительно усилий, будем иметь для i -го слоя стенки шины:

$$\begin{aligned} N_{\varphi(i)} &= \frac{E_{\varphi(i)} \cdot h_i}{1 - v_{\varphi\theta(i)} \cdot v_{\theta\varphi(i)}} \cdot (\varepsilon_{\varphi(i)} + v_{\theta\varphi(i)} \cdot \varepsilon_{\theta(i)}), \\ N_{\theta(i)} &= \frac{E_{\theta(i)} \cdot h_i}{1 - v_{\varphi\theta(i)} \cdot v_{\theta\varphi(i)}} \cdot (\varepsilon_{\theta(i)} + v_{\varphi\theta(i)} \cdot \varepsilon_{\varphi(i)}), \\ N_{\varphi\theta(i)} &= G_{\varphi\theta(i)} \cdot h_i \cdot \varepsilon_{\varphi\theta(i)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Предположив, что по толщине слоев резинокордной стенки шины деформации являются непрерывными функциями и равными между собой, будем иметь:

$$\varepsilon_{\varphi(i)} = \varepsilon_{\varphi}, \quad \varepsilon_{\theta(i)} = \varepsilon_{\theta}, \quad \varepsilon_{\varphi\theta(i)} = \varepsilon_{\varphi\theta}. \quad (18)$$

С учетом (18) уравнения (17) примут вид:

$$\begin{aligned} N_{\varphi(i)} &= \frac{E_{\varphi(i)} \cdot h_i}{1 - v_{\varphi\theta(i)} \cdot v_{\theta\varphi(i)}} \cdot (\varepsilon_{\varphi} + v_{\theta\varphi(i)} \cdot \varepsilon_{\theta}), \\ N_{\theta(i)} &= \frac{E_{\theta(i)} \cdot h_i}{1 - v_{\varphi\theta(i)} \cdot v_{\theta\varphi(i)}} \cdot (\varepsilon_{\theta} + v_{\varphi\theta(i)} \cdot \varepsilon_{\varphi}), \\ N_{\varphi\theta(i)} &= G_{\varphi\theta(i)} \cdot h_i \cdot \varepsilon_{\varphi\theta}. \end{aligned} \quad (19)$$

Введем обозначения:

$$k_{\varphi(i)} = \frac{E_{\varphi(i)}}{E_{\theta(i)}} = \frac{v_{\varphi\theta(i)}}{v_{\theta\varphi(i)}}, \quad (20)$$

$$E_{\varphi(i)} = E_{(i)}, \quad v_{\varphi\theta(i)} = v_{(i)}, \quad k_{\varphi(i)} = k_{(i)}. \quad (21)$$

Тогда уравнения (19) примут такой окончательный вид:

$$N_{\varphi(i)} = E_{(i)}^* \cdot h_i \cdot \left(\varepsilon_{\varphi} + \frac{v_{(i)}}{k_{(i)}} \cdot \varepsilon_{\theta} \right),$$

$$N_{\theta(i)} = \frac{E_{(i)} \cdot h_i}{k_{(i)}} \cdot (\varepsilon_{\theta} + \nu_{(i)} \cdot \varepsilon_{\varphi}),$$

$$N_{\varphi\theta(i)} = G_{\varphi\theta(i)} \cdot h_i \cdot \varepsilon_{\varphi\theta}, \quad (22)$$

где

$$E_{(i)}^* = \frac{E_{(i)}}{1 - \frac{\nu_{(i)}^2}{k_{(i)}}}. \quad (23)$$

С учетом (0) и (22) получим следующие выражения для вычисления равнодействующих усилий, приходящихся на единицу длины слоистой стенки шины и действующих на узел (точку) L:

$$N_{11} = N_{\varphi} = \sum_{i=1}^n E_{(i)}^* \cdot h_i \cdot \left(\varepsilon_{\varphi} + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i \cdot \nu_{(i)}}{k_{(i)}}}{\sum_{i=1}^n E_{(i)}^* \cdot h_i} \cdot \varepsilon_{\theta} \right),$$

$$N_{22} = N_{\theta} = \sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i}{k_{(i)}} \cdot \left(\varepsilon_{\theta} + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i \cdot \nu_{(i)}}{k_{(i)}}}{\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i}{k_{(i)}}} \cdot \varepsilon_{\varphi} \right),$$

$$N_{12} = N_{\varphi\theta} = \varepsilon_{\varphi\theta} \cdot \sum_{i=1}^n G_{\varphi\theta(i)} \cdot h_i. \quad (24)$$

Запишем теперь закон Гука для всей слоистой стенки шины, которая характеризуется эффективными параметрами упругости E , ν , k и G , то есть:

$$N_{11} = N_{\varphi} = E^* \cdot h \cdot \left(\varepsilon_{\varphi} + \frac{\nu}{k} \cdot \varepsilon_{\theta} \right),$$

$$N_{22} = N_{\theta} = \frac{E^* \cdot h}{k} \cdot (\varepsilon_{\theta} + \nu \cdot \varepsilon_{\varphi}),$$

$$N_{12} = N_{\varphi\theta} = G_{\varphi\theta} \cdot h \cdot \varepsilon_{\varphi\theta}, \quad (25)$$

где

$$E^* = \frac{E}{1 - \frac{v^2}{k}}, \quad E = E_\varphi = E_1, \quad v = v_{\varphi\theta} = v_{12}, \quad k = k_\varphi, \\ k_\varphi = \frac{E_\varphi}{E_\theta} = \frac{v_{\varphi\theta}}{v_{\theta\varphi}} \quad \text{или} \quad k_\varphi = \frac{E_1}{E_2} = \frac{v_{12}}{v_{21}} \quad (26)$$

Сравнивая (25) с (24) и принимая во внимание (26), находим эффективные параметры упругости слоистой стенки шины:

$$E^* = \frac{1}{h} \cdot \sum_{i=1}^n E_{(i)}^* \cdot h_i, \quad v = v_{\varphi\theta} = v_{12} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i \cdot v_{(i)}}{k_{(i)}}}{\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i}{k_{(i)}}}, \\ \frac{v}{k} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i \cdot v_{(i)}}{k_{(i)}}}{\sum_{i=1}^n E_{(i)}^* \cdot h_i}, \quad k = k_\varphi = \frac{\sum_{i=1}^n E_{(i)}^* \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i}{k_{(i)}}}, \\ \frac{E^* \cdot h}{k} = \sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i}{k_{(i)}}, \quad E^* \cdot h = \sum_{i=1}^n E_{(i)}^* \cdot h_i, \\ E = E_\varphi = E_1 = \frac{1}{h} \cdot \left[\sum_{i=1}^n E_{(i)}^* \cdot h_i \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i \cdot v_{(i)}}{k_{(i)}} \right)^2}{\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i}{k_{(i)}}} \right], \\ E_\theta = E_2 = \frac{E_\varphi}{k_\varphi} = \frac{1}{h} \cdot \left[\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i}{k_{(i)}} \cdot \frac{\left(\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i \cdot v_{(i)}}{k_{(i)}} \right)^2}{\sum_{i=1}^n E_{(i)}^* \cdot h_i} \right], \\ v_{\theta\varphi} = v_{21} = \frac{E_\theta}{E_\varphi} \cdot v_{\varphi\theta}, \quad G_{\varphi\theta} = \frac{1}{h} \cdot \sum_{i=1}^n G_{\varphi\theta(i)} \cdot h_i \quad (27)$$

Из уравнений (27) и (16), (14), (13), (12), (11), (10), (9), а также (15) видно, что для определения эффективных параметров упругости слоистой стенки шины необходимо знать модули упругости, диаметр, частоту, объемное содержание и углы хода отдельных нитей корда в каждом слое резинкордной стенки шины, а также упругие свойства резины каждого слоя.

Значение продольного модуля упругости E_{cl} нити корда зависит от значения нормального напряжения σ_{cl} в ней. Причем, в рабочем диапазоне нагрузок на шину функциональная зависимость величины продольного модуля упругости нити корда от величины напряжения σ_{cl} в ней является линейной, то есть [3]:

$$E_{cl} = \frac{\sigma_{cl}}{\epsilon_{cl}}, \quad (28)$$

где ϵ_{cl} - относительная линейная деформация нити корда по ее направлению.

От относительной линейной деформации ϵ_{cl} зависит значение коэффициента удлинения нити корда

$$\epsilon_1 = \frac{1}{1 + \epsilon_{cl}}, \quad (29)$$

а, стало быть, (в отличие от простого закона синуса [1]) и угловая ориентация отдельных нитей корда в слоях стенки шины:

$$\sin \beta = \epsilon_1 \cdot \delta_1 \cdot \delta_0 \cdot \sin \alpha. \quad (30)$$

В свою очередь, и напряжения, и деформации в элементах (нитях корда и резинах) слоев стенки шины также изменяются от точки к точке профиля в зависимости от значения ординаты h и значения эффективных модулей стенки в этих точках. Поэтому при расчете равновесной конфигурации профиля и напряженно-деформированного состояния поддутой пневматической шины на базе слоистой модели необходимо проводить повторяющиеся вычислительные процедуры до тех пор, пока в конечном равновесном состоянии шины все перечисленные выше связи будут выполняться с удовлетворительной точностью.

Из первых двух уравнений (25) получаем:

$$N_{11} = N_{\varphi} = E^* \cdot h \cdot \left(1 - \frac{v^2}{k}\right) \cdot \epsilon_{\varphi} + v \cdot N_{\theta}. \quad (31)$$

Подставляя в (31) значение E^* из (26), а также принимая во внимание обозначения (26), получим окончательно:

$$N_{11} = N_{\varphi} = E_{\varphi} \cdot h \cdot \epsilon_{\varphi} + N_{\theta} \cdot v_{\varphi\theta}. \quad (32)$$

Стало быть, с учетом (32) искомая величина δ отношения результирующих погонных усилий N_{11} и N_{22} будет равна:

$$\delta = \frac{N_{11}}{N_{22}} = \frac{N_{\varphi}}{N_{\theta}} = \nu_{\varphi\theta} + \frac{E_{\varphi} \cdot h}{N_{\theta}} \cdot \varepsilon_{\varphi}. \quad (33)$$

Так как

$$\frac{N_{\theta}}{h} = \sigma_{\theta}, \quad (34)$$

то полученная здесь величина δ в отличие от (7) отражает уже взаимосвязь между напряжениями, деформациями и упругими параметрами для всей резинокордной стенки шины.

Практическое применение величины δ , описываемой уравнением (33), требует дополнительной информации.

Ранее уже отмечалось, что вычисленные значения результирующих усилий $N_{11} = N_{\varphi}$, $N_{22} = N_{\theta}$ в слоистой стенке шины и ее (стенки) деформаций ε_{φ} , ε_{θ} , усилий в i -ом слое стенки $N_{\varphi(i)}$, $N_{\theta(i)}$ и его деформаций $\varepsilon_{\varphi(i)}$, $\varepsilon_{\theta(i)}$, усилий $N_{cL(i)}$ и деформаций $\varepsilon_{cL(i)}$ в отдельных нитях корда i -го слоя, а также напряжений и деформаций в резине каждого слоя стенки шины должны находиться в корректном соответствии. Исходя из этих соображений, займемся теперь определением усилий, возникающих в нитях корда.

Связь между принципиальными (главными) деформациями слоистой резинокордной стенки ε_{φ} , ε_{θ} и деформацией $\varepsilon_{cL(i)}$ в направлении нити корда для i -го резинокордного слоя, в котором нити корда расположены под углом $\beta_{(i)}$, можно выразить следующей зависимостью:

$$\varepsilon_{cL(i)} = \varepsilon_{\varphi} \cdot \sin^2 \beta_{(i)} + \varepsilon_{\theta} \cdot \cos^2 \beta_{(i)}. \quad (35)$$

Следует отметить, что относительная линейная деформация $\varepsilon_{cL(i)}$ порождает коэффициент удлинения нити корда i -го слоя:

$$\lambda_{l(i)} = \frac{1}{1 + \varepsilon_{cL(i)}}, \quad (36)$$

который нам необходим для корректировки угла $\beta_{(i)}$ натянутой нити корда по формуле

$$\sin \beta_{(i)} = \delta_{l(i)} \cdot \delta_{l(i)} \cdot \delta_{o(i)} \cdot \sin \alpha_{(i)}, \quad (37)$$

а стало быть, и упругих свойств i -го слоя.

Зная $\varepsilon_{cl(i)}$, находим по закону Гука усилие $N_{cl(i)}$ в нити корда i -го слоя [3]:

$$N_{cl(i)} = C_{cl(i)} \cdot \varepsilon_{cl(i)}. \quad (38)$$

Здесь $C_{cl(i)}$ - продольная жесткость на растяжение нити корда i -го слоя и

$$C_{cl(i)} = E_{cl(i)} \cdot F_{c(i)} = E_{cl(i)} \cdot \frac{\pi \cdot d_{c(i)}^2}{4}, \quad (39)$$

где $F_{c(i)}$ - площадь поперечного сечения нити корда i -го слоя;

$d_{c(i)}$ - диаметр нити корда i -го слоя.

Из второго уравнения системы (25) найдем:

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{k}{E^* \cdot h} \cdot N_{\theta} - \nu \cdot \varepsilon_{\varphi}. \quad (40)$$

Наконец, подставляя зависимости (35) и (40) в закон Гука (38), а также принимая во внимание обозначения (26), после несложных преобразований получим окончательное выражение для вычисления усилия в нити корда i -го слоя стенки шины:

$$N_{cl(i)} = C_{cl(i)} \cdot \left[\frac{k}{E^* \cdot h} \cdot N_{\theta} \cdot \cos^2 \beta_{(i)} + \varepsilon_{\varphi} \cdot (\sin^2 \beta_{(i)} - \nu_{\varphi\theta} \cdot \cos^2 \beta_{(i)}) \right], \quad (41)$$

где с учетом (27)

$$\frac{k}{E^* \cdot h} = \frac{l}{\sum_{i=1}^n \frac{E_{(i)}^* \cdot h_i}{k_{(i)}}} \quad (42)$$

Если на конкретной стадии итерации для конкретной j -ой точки профиля i -го слоя стенки шины усилие в нити корда $N_{cl(i)}$ и ее деформация $\epsilon_{cl(i)}$, вычисленные из предыдущих уравнений не соответствуют реальной диаграмме "усилия - деформации" нити корда, полученной при ее испытании на растяжение, то итерационный процесс вычислений должен продолжаться до тех пор, пока не получится удовлетворительного совпадения.

Для справки, метод численного решения интегрального уравнения (3), описывающего равновесную конфигурацию профиля поддутой пневматической шины, изложен в работе [4].

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Л. Бидерман, Р.Л. Гуслицер и др. Автомобильные шины. Госхимиздат, М., 1963, 383с.
2. Ю.К. Растеряев, А.А. Каспаров. Упругие характеристики и механика деформирования составных анизотропных резинокордных систем пневматических шин // Труды I Международного симпозиума по механике эластомеров. Т. II. Севастополь, 1994, июнь. - Днепропетровск, 1996. - С.47-66.
3. Ю.К. Растеряев, А.А. Каспаров. Упругие характеристики и механика деформирования шинных резин и текстильных кордов. - Днепропетровск, 1995. -38с.: ил.9. Библиогр.:24 назв.-Рус. - Деп. В НИИТЭХИМ 4.12.95, № 88-хп.95.
4. Ю.К. Растеряев, А.А. Каспаров. Чисельний метод вирішення інтегрального рівняння, яке описує геометричну форму рівноважного профілю пневматичної шини // Хімічна промисловість України. - 1995. -№ 6. -С.29-31.